

Johdatus säveljärjestelmien teoriaan

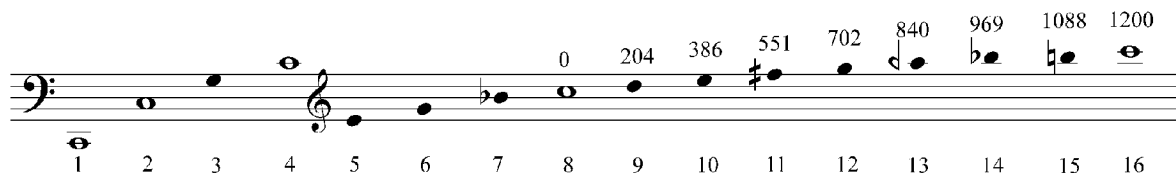
Sakari Vainikka

© Sakari Vainikka

Säveljärjestelmillä tarkoitetaan tässä esityksessä niitä asteikkomuodostelmia, jotka toimivat musiikin sävelmateriaaleina. Mukaan on otettu erilaisia asteikkotyyppejä viisisävelisestä eli pentatonisesta kaksitoistasäveliseen eli kromaattiseen asti. Tämä esitys ei pyri esittämään spekulatiivista näkemystä siitä, miten säveljärjestelmät ovat kehittyneet tunteisiin olomuotoihinsa, vaan tarkoitus on antaa teoreettisia malleja, jotka auttavat ymmärtämään säveljärjestelmien rakenteita.

I Yläsävelsarja

Kun kappale, esim. soittimen kieli värähtelee koko pituudellaan ja tuottaa siten tietyn sävelen, sen osat värähtelevät samanaikaisesti ja tuottavat perusääneen sulautuvan sävelten kirjon. Tätä ilmiötä kutsutaan yläsävelsarjaksi. Yläsävelsarja on kaiken musiikin teoreettisen pohdinnan lähtökohta. Teoreettisesti soivan esineen osien tuottamia yläsäveliä voidaan seurata kuinka pieniin jakosuhteisiin tahansa, mutta yleensä kuvaus ulotetaan 16. osasäveleen. Seuraavassa nuottiesimerkissä on suuren oktaavin C:n yläsävelsarja senttimäärityksineen. Sentit on laskettu oktaavissa c2-c3. Alemmissa oktaavialoissa vastaavien sävelten senttiluvut ovat samat:

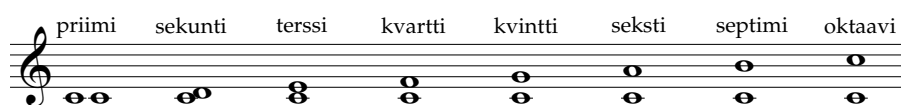


Yläsävelsarjan sävelten järjestysnumero on samalla kerroin, jolla lasketaan sävelten värähdyslukujen tai kääntäen kielen pituuden suhteet. Siten esim. osasävelten 2 ja 3 välinen intervalli on se, jossa toisen äänen vähähtelytaajuus on 2x ja toisen 3x. Ensiksi mainittu sävel tuotetaan monokordilla siten, että kielen koko pituus puolitetaan ja

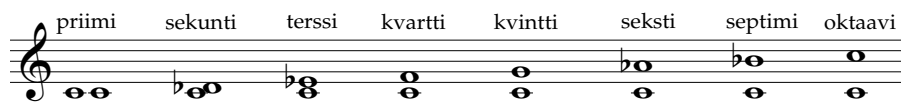
jälkimmäinen sävel saadaan, kun kielen pituudesta otetaan soivaan käyttöön yksi kolmasosa. Näin tuotettujen sävelten välinen ero on kvintti-intervalli.

II Sävelten väliset erot eli intervallit

Sävelten välistä eroa kutsutaan intervalliksi. Intervalleja on tapana kutsua latinalaisista laskusanoista muodostetuilla nimillä:



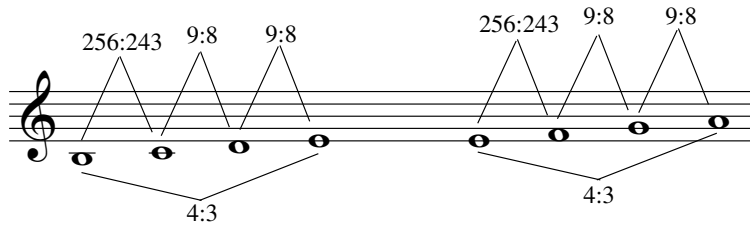
Intervallien tarkempi määrittäminen sisältää tiedon niiden laadusta. Edellisen esimerkin intervallit ovat duuriasteikon perussävelen ja jonkin ylemmän sävelen välisiä. Tällöin kaikki intervallit ovat suuria tai puhtaita. Sen sijaan fryygisessä moodissa ne intervallit, jotka duuriasteikossa ovat suuria, ovat pieniä, mutta puhtaat pysyvät ennallaan:



Ne intervallit, jotka pysyvät samoina siirryttäessä moodijärjestelmässä joonisesta moodista (duurista) fryygiseen, siis priimit, kvartit, kvintit ja oktaavit, ovat puhtaita ja avosävyisiä. Ne intervallit, jotka muuttuvat laadultaan siirryttäessä joonisesta fryygiseen moodiin, siis sekunnit, terssit, sekstit ja septimit, ovat suuria tai pieniä ja sointusävyisiä. Kun kahden intervallin yhteen laskettu laajuus on oktaavi, ne ovat toistensa käänteisintervalleja.

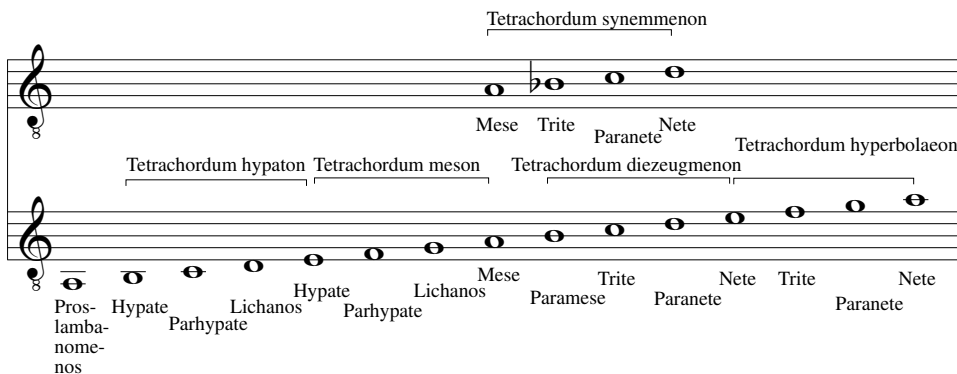
Säveljärjestelmien matemaattisen mallintamisen perinne on hyvin vanha. Antiikista keskiajan kautta omaan aikaamme asti on periytynyt menetelmä, jossa sävelten välisiä eroja kuvataan lukusarjoina. Antiikin kreikkalaisessa musiikinteoriassa säveljärjestelmän perusyksikkö oli kvartin laajuinen tetrakordi, jonka sisään sijoitettiin kaksi

kokosävelaskelta ja yksi puolisävelaskel. Näiden väliset suhteet laskettiin kvinttisarjoista, siis suhdeluvusta 3:2:



Tetrakordeista koottiin kahden oktaavin mittainen diatoninen asteikko siten, että tetrakordit liitettiin toisiinsa saumattomasti tai kokosävelaskelen erottamana. Tähän niin sanottuun suureen systeemiin voitiin tarpeen mukaan lisätä tetrakordeja, joiden avulla saatiin käyttöön kromaattisen asteikon säveliä. Kun nämä lisätyt tetrakordit sijoitetaan suureen systeemiin siten, että niiden alin sävel on a, d, g, c ja f, saadaan aikaan täysi kromaattinen asteikko.

Seuraavassa nuottiesimerkissä on se antiikin suuren sävelsysteemin sovellus, jota noudatettiin keskiajan gregorianiikassa. Alemmalla viivastolla kuvattuun suureen systeemiin on lisätty a:sta alkava tetrakordi (*tetrachordum synemmenon*), jonka avulla sävelvalikoimaan on saatu sävel b:



Tämän säveljärjestelmän antiikista periytyneitä matemaattisia kuvauksia on säilynyt omaan aikaamme asti. Boethius kuvaa säveljärjestelmää kokonaislukujen sarjalla, jossa alimman sävelen, Proslambanomenoksen lukuarvo on 9216 ja korkeimman Nete hyperbolaeonin 2304. Tälle välille sijoittuvat kaikkien muiden sävelten lukuarvot. Tällainen pythagoralainen kvinttisarjoihin perustuva matemaattinen malli on ollut käytössä jo Platonin akatemiassa:



Tässä kuvauksessa sävelten lukuarvoilla tarkoitetaan monokordin soivan kielen jakosuhteita. Kääntäen nämä lukusuhteet tarkoittavat sävelten värähdystaajuuksien suhteita.

Antiikin teoretikot hahmottivat sävelten välisiä intervallisuhteita myös ns. Lambda-kaavion avulla. Tässä kaaviossa ovat ikäänkuin pähkinänkuoressa musiikinteorian kannalta merkittävät lukusuhteet. Vaakasuorilla kateeteilla lukujen suhde on 1:2 (oktaavi), pystysuorilla 2:3 (kvintti) ja hypotenuusalla 1:3 (duodesimi):

1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024
	3	6	12	24	48	96	192	384	768	1536
		9	18	36	72	144	288	576	1152	2304
			27	54	108	216	432	864	1728	3456
				81	162	324	648	1296	2592	5184
					243	486	972	1944	3888	7776
						729	1458	2916	5832	11664
							2187	4374	8748	17496
								6561	13122	26244
									19683	39366
										59049

1800-luvulta alkaen sävelten välisiä intervallisuhteita on alettu hahmottaa logaritmisella kuvaustavalla, jossa oktaavi jaetaan 1200 senttiin (c). Tällöin tasavireinen puolisävelaskel on 100 c. Koska oktaavi-intervallissa värähdyslukujen suhde on 2:1, on 12-sävelisen tasavireisen kromaattisen asteikon puolisävelaskelen kerroin luvun kaksi kahdestoista juuri, eli 1.05946. Kun sävelten värähdyslukujen tai kääntäen kielen pituuksien suhteet muutetaan senteiksi, käytetään laskutapaa, jossa värähdyslukujen suhteen logaritmi kerrotaan luvulla 1200/log 2. Tämä kerroin on 3986. Käytännön tilanteissa tällainen tarkkuus on riittävä (kuudenteen desimaaliin asti tarkennettuna luku on 3986,313714). Esim. kvintin (3:2) laajuus sentteinä saadaan laskutoimituksella $\log 1.5 \times 3986 \approx 702$ c. Jos

tunnetaan sävelten värähdysluvut tai värähdyslukujen suhde, intervallin laajuus muutetaan senteiksi laskutoimituksella $\log(x:y) \times 3986$. Intervallien senttikuvaus on havainnollinen tapa verrata sävelten välisiä etäisyyksiä toisiinsa. Tällöin esimerkiksi tasavireisen ja puhtaan virituksen sekä erilaisten barokkiviritysten välisiä eroja voidaan kuvata pituusmittoina.

Intervallien laajuudet vaihtelevat eri viritysjärjestelmissä. Puhtaassa virityksessä sävelten väliset intervallit haetaan yläsävelsarjan sävelten suhdeverkostosta. Pythagoralainen viritys perustuu puhtaiden kvinttien sarjoihin: perussävelestä rakennetaan kaksi kvinttisarjaa, toinen tritonukseen asti nouseva ja toinen laskeva. Nämä kvinttisarjat eivät kuitenkaan kohtaa toisiaan: nousevan kvinttisarjan tuottama ylinouseva kvartti ja laskevan kvinttisarjan tuottama vähennetty kvintti ovat ns. Pythagoraan komman päässä toisistaan. Tasavireisessä virityksessä oktaavi jaetaan tasasuuruisiin puolissävelaskeliin.

Seuraavassa taulukossa on näiden viritystapojen tuottamat kromaattisen asteikon intervallit:

	Puhdas	Pythagoralainen	Tasavireinen
p2	16:15 = 112 c	256:243 = 90 c	100 c
s2	9:8 = 204 c	9:8 = 204 c	200 c
p3	6:5 = 316 c	32:27 = 294 c	300 c
s3	5:4 = 386 c	81:64 = 408 c	400 c
4	4:3 = 498 c	4:3 = 498 c	500 c
y4	45:32 = 590 c	729:512 = 612 c	600 c
v5	64:45 = 610 c	1024:729 = 588 c	600 c
5	3:2 = 702 c	3:2 = 702 c	700 c
p6	8:5 = 814 c	128:81 = 792 c	800
s6	5:3 = 884 c	27:16 = 906 c	900 c
p7	16:9 = 996 c	16:9 = 996 c	1000 c
s7	15:8 = 1088 c	243:128 = 1110 c	1100 c
8	2:1 = 1200 c	2:1 = 1200 c	1200 c

Intervallien luokitteluperusteena voidaan käyttää puhtaassa virityksessä käytettäviä yläsävelsarjan tuottamia värähdyslukujen suhteita. Tällöin täydellisiä eli avosävyisiä konsonansseja ovat ne intervallit, joiden värähdyslukujen osoittajan ja nimittäjän summa on 2 - 7 (priimi, oktaavi, kvintti ja kvartti). Soitusävyisiä konsonansseja ovat ne intervallit, joiden värähdyslukujen osoittajan ja nimittäjän summa on 8 - 13 (suuri seksti, suuri terssi, pieni terssi, pieni seksti) ja kaikki muut intervallit ovat dissonansseja.

Luokitteluperusteena voidaan käyttää myös pythagoralaisittain hahmotettujen intervallien lukusuhteita: mitä kauempana luvut ovat toisistaan lambda-kaaviossa, sitä dissonoivampi on intervalli. Tällöin puhdasta suurta sekuntia (9:8) olisi pidettävä konsonanssina, mikä pelkästään akustiikan näkökulmasta asiaa tarkastellen pitääkin paikkansa.

Intervalleja voidaan myös kuvata puolissävelaskelten summina:

	Vähennetyt	Pienet	Suuret	Ylinousevat
Sekunti	0	1	2	3
Terssi	2	3	4	5
Seksti	7	8	9	10
Septimi	9	10	11	12
		Puhtaat		
Kvartti	4		5	6
Kvintti	6		7	8
Oktaavi	11		12	13

III Akustiset muodostelmat

Niitä oktaavin laajuisia säveljoukkoja, jotka muodostuvat yläsävelsarjan peräkkäisistä sävelistä, voidaan nimittää akustisiksi muodostelmiksi. Ensimmäinen akustinen muodostelma on sävelten 1 ja 2 välinen oktaavi-intervalli. Toinen on osasävelten 2, 3 ja 4 muodostama kvintti-kvartti –muodostelma, joka musiikillisena ilmiönä koetaan oktaavin puolittamisena.

Kolmas muodostelma on osasävelten 3, 4, 5 ja 6 tuottama duurin kvanttisekstisointu. Duurin kvanttisekstisoinnun värähdyslukujen suhteet 3:4:5 on pienin kokonaislukujen sarja, joka toteuttaa trigonometrian peruslauseen, jonka mukaan suorakulmaisen kolmion kateettien neliöiden summa on hypotenuusan neliö. Duurin kvanttisekstisointu on suorakulmaisen kolmion akustinen muoto tai kääntäen suorakulmainen kolmio on duurin kvanttisekstisoinnun visuaalinen kuvaus:



Tämän akustisen muodostelman 2. moodi, siis osasävelet 4, 5 ja 6, on puhdas duurikolmisointu. Sellainen musiikillinen materiaali, jossa puhdas kvintti sijoittuu alimman sävelen ja jonkun muun välille, on käyttökelpoisiin.

Sävelet 4, 5, 6, 7 ja 8 tuottavat duuripteniseptimisoinnun. Tätä yläsävelsarjan tuottamaa akustista septimisointua ei pystytä likimainkaan toteuttamaan tasavireisellä virityksellä ennen muuta siksi, että akustisen septimisoinnun septimi (7:4) on erittäin matala (969 c contra tasavireinen 1000 c).

Osasävelet 5, 6, 7, 8, 9 ja 10 tuottavat akustisen pentatonisen asteikon. Tässä kohdassa voidaan jo puhua asteikosta, josta on mahdollista tehdä oktaavialojen siirroilla neljä erilaista moodia. Seuraavassa esimerkissä on ensin akustinen pentatoninen asteikko ja sen jälkeen sen 2. ja 4. moodi, joissa kvintti on edullisimmassa asemassaan:



Heksatoninen eli kuusisävelinen asteikko syntyy osasävelistä 6-12. Sen erikoisuus on osasävel 11, joka sijoittuu f:n ja fis:n puoliväliin (551 c). Jos osasävel 11 jätetään asteikon ulkopuolelle, jäljelle jää akustisen pentatonisen asteikon 2. moodi.

Kahdeksansävelinen ns. akustinen asteikko muodostuu yläsävelsarjan osasävelistä 8-16. Tämä asteikko on vielä kauempana tasavireisestä sävelmateriaalista kuin edelliset muodostelmat, koska osasävelten 7 ja 11 lisäksi myös osasävel 13 on tasavireisyyden ulottumattomissa. Se sijoittuu lähelle as:n ja a:n puoliväliä (840 c). Kun akustiset muodostelmat esiintyvät kääntämättömässä muodossaan, siis yläsävelsarjan järjestysnumeroiden mukaisina, niiden intervallirakenne on tasaisesti suppeneva tai laajeneva. Tästä johtuu, että ne toimivat erittäin hyvin harmonioina. Niinpä esim. luonnonpuhdas akustinen asteikko, eli osasävelit 8-16 muodostaa äärimmäisen kauniin clusterharmonian.

IV Kommat

Tasavireistä viritystä lukuunottamatta vitysjärjestelmissä saman nimiset intervallit eivät ole aina yhtä suuria. Esim. puhtaassa vityksessä puolisävelaskeleet ovat joko 92 tai 112 c ja pythagoralaisessa 90 tai 114 c. Kommalla tarkoitetaan asteikon samanimisten intervallien tai enharmonisten sävelten välisiä eroja, jotka ovat tyypillisiä ei-tasavireisille säveljärjestelmille.

Pythagoraan komma tarkoittaa 12 duodesimin ja 19 oktaavin (= 12 kvintin ja 7 oktaavin) välistä eroa, joka on $531441:524288 \approx 23,5$ c.

Didymoksen komma eli syntoninen komma on pythagoralaisen kvinttisarjan tuottaman suuren terssin ja yläsävelsarjan tuottaman puhtaan suuren terssin välinen ero $\approx 21,5$ c. Didymoksen komma on myös se ero, joka vallitsee yläsävelsarjan kahden erilaisen suuren sekunnin (9:8 ja 10:9) välillä.

Skisma on se ero, joka syntyy, kun pythagoralaiseen ylinousevaan kvinttiin (kvinttisarjan 8. kvintti=gis) lisätään puhtaan vityksen suuri terssi ja tätä verrataan oktaaviin. Ero on $32805:32768 \approx 2$ c. Pythagoraan komman ja syntonisen komman eroa sekä puhtaan kvintin ja tasavireisen kvintin eroa kutsutaan usein myös skismaksi, koska nekin ovat laajuudeltaan n. 2 c.

V Temperoinnit

Kaikilla erilaisilla viritystavoilla on omat ominaisuutensa ja ongelmansa, joilla on merkityksensä lähinnä polyfonisen musiikin käytännöissä. Pythagoralainen viritys sopii kehnosti harmonioiden tuottamiseen, koska duurisointujen terssit ovat liian leveät. Jos pythagoralainen viritys aloitetaan sävelestä c, syntyy seuraava duurisointujen sarja:

702/408 702/408 702/408 702/408 702/384 702/408 702/408 702/408 702/408 702/384 702/408 702/384

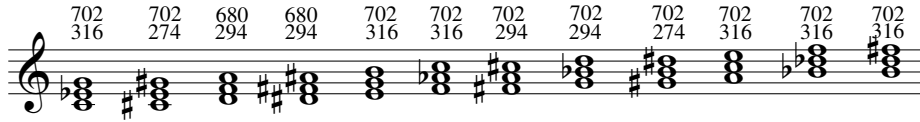
Tässä sointusarjassa on käytetty sekä nousevan kvinttisarjan tuottamaa perussävelen yläpuolista ylinousevaa kvarttia että laskevan kvinttisarjan vähennettyä kvinttiä, minkä seurauksena kaikkiin sointuihin on saatu puhdas kvintti. Jos tätä viritystä olisi sovellettu kosketinsoittimeen, siinä olisi pitänyt olla eri koskettimet fis:lle ja ges:lle. Jotta myös terssit olisivat kaikissa soinnuissa saman suuruiset, olisi lisäksi pitänyt tehdä erotus cis:n ja des:n, dis:n ja es:n sekä gis:n ja as:n välillä. Toisaalta on huomattava, että ne soinnut, joissa on komman verran pythagoralaista pienempi suuri terssi, ovat vain skisman päässä puhtaasta duurikolmisoinnusta ja erittäin käyttökelpoisia.

Myös puhdas viritys tuottaa erilaisia kolmisointuja. Puhtaan duurisoinnun intervallisuhteet ovat seuraavat: terssi 386 c ja kvintti 702 c. Puhtaaseen duuriin viritetyssä soittimessa vain puolet duurikolmisoinnuista on puhtaita. Puhtaan mollisoinnun rakenne on 316 c – 702 c. Näitäkin on vain puolet puhtaan viritetyksen tuottamista kolmisoinnuista. Tilannetta voidaan havainnollistaa seuraavilla esimerkeillä, joissa on käytetty c:stä alkavaa puhtaasta viritystä:

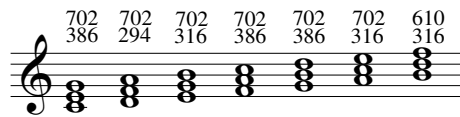
Puhtaan viritetyksen tuottamat duurisoinnut

702/386 702/386 680/386 680/386 702/428 702/386 702/386 702/386 702/386 702/428 702/408 702/428

Puhtaan virityksen tuottamat mollisoinnut

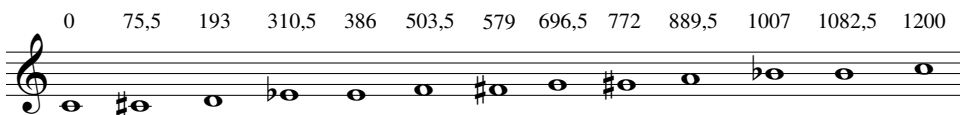


Puhtaaksi viritetyllä soittimella käyttökelpoisten sointujen ja sävellajien valikoima vaihtelee sen mukaan, hyväksytäänkö syntonisen komman verran kavennettu kvintti vai ei. Jos sitä ei hyväksytä, tässä esitetyllä c:stä alkavalla puhtaalla virityksellä kadenssi I-IV-V-I onnistuu ainoastaan seuraavissa sävellajeissa: C, Cm, Des, Es, F, Fm, Hm (oletuksena on, että mollisävellajeissa käytetään harmonista mollia). Siinä sävellajissa, johon soitin on viritetty, puhdas viritys tuottaa luonnollisesti parhaan tuloksen. Seuraavassa esimerkissä ovat C-duuriasteikon kolmisoinnut. Kaikki duurisoinnut ovat puhtaita, samoin III ja VI asteen mollisoinnut. II asteen mollisointu on pythagoralainen:



1500-luvulta 1700-luvun loppuun käytettiin kiinteäviritteisissä soittimissa niin sanottuja keskisävelvirityksiä. Nimitys (saks. *Mitteltönige Temperatur*) tulee siitä, että viritys tuottaa kokosävelaskeleen, jonka laajuus on yläsävelsarjan tuottamien kokosävelaskeleiden ($9:8=204$ c ja $10:9=182$ c) aritmeettinen keskiarvo, ns. keskisävel (193 c). Tässä viritystavassa kommien tuottamat ongelmat on pyritty ratkaisemaan siten, että mahdollisimman monet sävellajit olisivat käyttökelpoisia samalla virityksellä.

Varsinainen keskisävelviritys, jossa suuret terssit ovat puhtaita, saadaan aikaan siten, että kvinttejä kavennetaan syntonisen komman neljäsosalla ($\approx 5,5$ c). Tästä seuraa, että samannimiset intervallit ovat saman kokoisia. Seuraavassa esimerkissä on c:stä alkava keskisävelviritys, joka perustuu kahdeksaan nousevaan ja kolmeen laskevaan temperoituun kvinttiin:



Tässä virityksessä seuraavat terssit ovat puhtaita: C-E, D-Fis, Es-G, E-Gis, F-A, G-H, A-Cis ja B-D. Sen sijaan vähennettyjä kvartteja Cis-F, Fis-B, Gis-C ja H-Es ei voi käyttää enharmonisina tersseinä, koska niiden laajuus on 428 c. Kaikki muutkin vähennetyt ja ylinousevat intervallit ovat enharmonisesti käyttökeltottomia: vähennetty terssi on 235 c ja ylinouseva sekunti 268,5 c. Niin sanottu susikvintti on tässä virityksessä 738,5 c (Gis-Es).

Tästä seuraa, että duurikolmisoinnuista käyttökeltopaisia ovat ne kahdeksan, joiden intervallirakenne on 0-386-696,5: C, D, Es, E, F, G, A ja B. Sen sijaan Cis, Fis ja H ovat käyttökeltottomia liian laajan terssinsä (428 c) vuoksi. Gis/As-duuri-soinnussa on liian laajan terssin lisäksi käyttökeltoton kvintti (738,5 c).

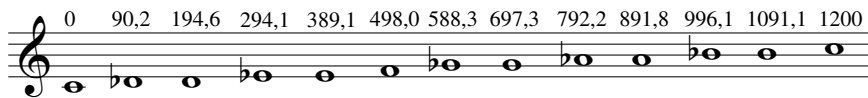
Mollikolmisoinnuista käyttökeltopaisia ovat ne kahdeksan, joiden intervallirakenne on 0-310,5-696,5: Cm, Cism, Dm, Em, Fism, Gm, Am ja Hm. Sen sijaan Esm, Fm ja Bm ovat käyttökeltottomia liian suppean terssinsä (268,5 c) vuoksi ja Gism/Asm liian lavean kvinttinsä (738,5 c) vuoksi.

Tämä keskisävelviritys tuottaa käyttökeltopaisen tonaalisen sointulopukkeen (I-IV-V-I) seuraavissa sävellajeissa (oletuksena on, että mollisävellajeissa käytetään harmonista asteikkoa): C, D, Dm, F, G, Gm, A, Am, B.

Tarve löytää sellainen viritys, joka toimisi mahdollisimman monissa duuri- ja mollisävellajeissa, sai aikaan viritystapojen tuotekehittelyä. Soitinta, jonka viritys teki mahdolliseksi kaikkien sävellajien käytön, kutsuttiin hyvin viritetyksi, *wohltemperiert*. Tunnetuin hyvä temperointi on Andreas Werckmeisterin kehittänyt ja J.S. Bachin tunnetuksi tekemä viritystapa. Kommat on siinä on sijoitettu asteikkoon sellaisella tavalla, joka tekee mahdolliseksi kaikkien sävellajien käytön. Tämä temperointi antaa eri sävellajeille lievästi toisistaan poikkeavan karakterin. Werckmeisterin ja Bachin temperointi tehdään siten, että c:n yläpuoliset kvintit e:hen saakka viritetään n. 4,7 c puhdasta kvinttiä kapeammiksi. Tällöin kvinttisarja tuottaa suuren terssin, joka on n. 3.1 c puhdasta terssiä leveämpi. Viimeinen kvintti e-h viritetään puhtaaksi. C:stä laskeva kvinttisarja viritetään puhtailla kvinteilla ges:ään saakka, jonka jälkeen viimeinen kvintti ges-ces viritetään samalla tavalla temperoituna kuin C:stä nousevat kvintit. Tällöin laskevan kvinttisarjan ces ja nousevan kvinttisarjan h kohtaavat toisensa. Hyvin soiva C-

duurisointu, jonka poikkeamat puhtaasta terssistä ja kvintistä aiheuttavat tasasuuruisen huojunnan, on tämän viritystavan tunnusmerkki.

Werckmeisterin ja Bachin temperointi tuottaa seuraavan kromaattisen asteikon. Senttimääritysten rajoittaminen yhteen desimaaliin aiheuttaa joissakin kohdissa lievän epätarkkuuden, mikä johtuu siitä, että pitkissä kvinttisarjoissa likiarvon 702 ja tarkemman arvon erotus kumuloituu.



Seuraavissa esimerkeissä on Werkmeister-Bachin hyvin temperoidun virityksen tuottamat duuri- ja mollisolmisoinnut. Senttimääritykset on pyöristetty tasasenteiksi:

Werckmeister-Bachin temperoinnin tuottamat duurisoinnut

697	702	697	702	702	702	702	697	702	697	702	697
389	408	394	403	403	394	408	394	408	398	398	403

A musical staff in treble clef showing major triads for Werckmeister-Bach tuning. The triads are: C major, C# major, D major, D# major, E major, E# major, F major, F# major, G major, G# major, A major, A# major, B major, B# major, C major. The notes are grouped in triads.

Werckmeister-Bachin temperoinnin tuottamat mollisolmisoinnut

697	702	697	702	702	702	702	697	702	697	702	697
294	291	303	294	308	294	303	299	299	308	294	303

A musical staff in treble clef showing minor triads for Werckmeister-Bach tuning. The triads are: C minor, C# minor, D minor, D# minor, E minor, E# minor, F minor, F# minor, G minor, G# minor, A minor, A# minor, B minor, B# minor, C minor. The notes are grouped in triads.

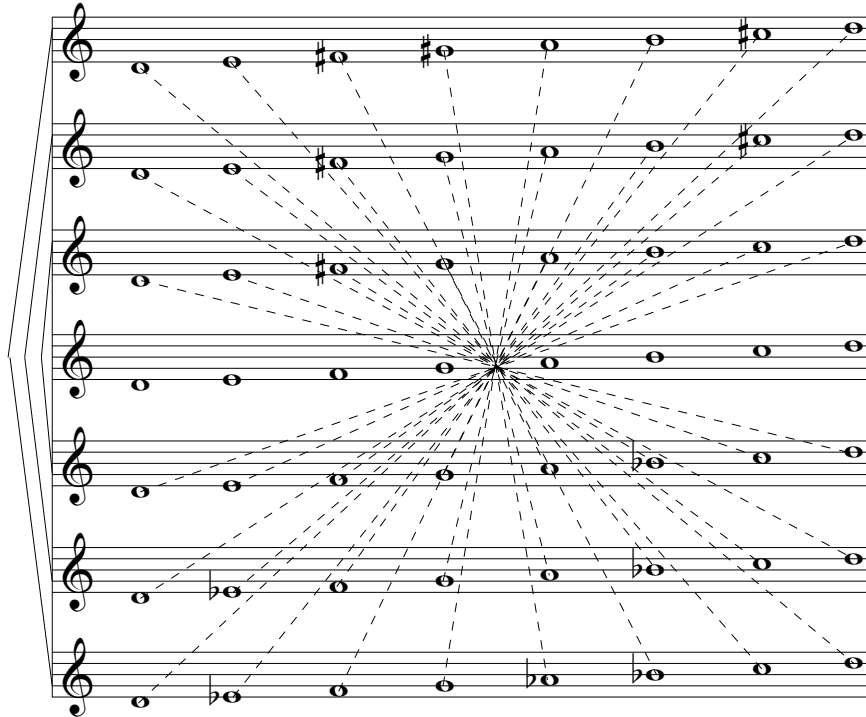
Sekä duuri- että mollisolmisointujen joukossa on kolme pythagoralaista kolmisointua. Kaikkien duurisointujen terssit ovat puhdasta terssiä laajempia ja mollisolmisointujen terssit puhdasta terssiä suppeampia. Kaikkia kromaattisia säveliä voidaan käyttää toistensa enharmonisina muunnoksina. Tuloksena on viritysjärjestelmä, jossa kaikki sävellajit ovat käyttökelpoisia ja samalla erilaisia. Saattaa olla, että näkemykset sävellajien erilaisista affekteista ovat alunperin yhdeltä osaltaan perustuneet tämän kaltaisten viritysjärjestelmien tuottamaan musiikilliseen todellisuuteen.

VI Moodijärjestelmä ja doorinen symmetria

Niin sanotut kirkkosävellajit eli moodit rakentuvat antiikin kreikkalaisen suuren systeemin pohjalle. Moodit voidaan nähdä pythagoralaisittain kvinttisarjoina. Tällöin on järkevää valita kuvauksen perussäveleksi sävel d. Kun edetään d:stä nousevalla kvinttisarjalla niin pitkälle, että vastaan olisi tulossa perussävelen kromaattinen muunnos, saadaan lyydisen moodin sävelet. Kun sen jälkeen poistetaan viimeinen nouseva kvintti ja lisätään ensimmäinen laskeva kvintti, tuloksena on joonisen moodin sävelikkö. Kun tätä menettelyä jatketaan niin pitkälle, että vastassa olisi taas perussävelen kromaattinen muunnos, kvinttisarja tuottaa lokrisen moodin sävelet:

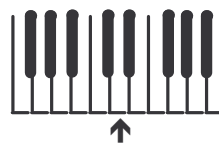
				Lyydinen	D	A	E	H	Fis	Cis	Gis
			Jooninen	G	D	A	E	H	Fis	Cis	
		Miksolyydinen	C	G	D	A	E	H	Fis		
Doorinen		F	C	G	D	A	E	H			
		B	F	C	G	D	A	E			Aiolinen
	Es	B	F	C	G	D	A				Fryyginen
As	Es	B	F	C	G	D					Lokrinen

Seuraavassa esimerkissä moodit on sijoitettu lyydisestä lokriseen allekkain. Moodijärjestelmän symmetrisyys, ns. doorinen symmetria tarkoittaa, että lyydisen moodin peilikuva on lokrinen moodi, joonisen peilikuva on fryyginen, miksolyydisen peili on aiolinen ja doorinen moodi on itsensä peili.



Peilikuvalla tarkoitetaan symmetristä intervallirakennetta. Kun doorinen moodi luetaan lopusta alkuun siten, että intervallien laatu säilytetään, mutta suunta vaihdetaan, tuloksena on alkuperäinen doorinen moodi. Tällaista menettelyä kutsutaan retroversion inversioksi. Doorisen moodin kahta puolta olevat moodit, siis miksolyydinen ja aiolinen, ovat toistensa retroversion inversioita, samoin jooninen ja fryyginen sekä lyydinen ja lokrinen.

Yksittäisinä sävelpareina doorinen symmetria toteutuu seuraavasti: d-d, es-cis, e-c, f-h, fis-b, g-a ja gis-as. Kun moodisysteemissä nämä symmetristen moodien symmetriasävelet yhdistetään toisiinsa, niitä yhdistävät janat kulkevat edellisen kuvan osoittamalla tavalla doorisen moodin tritonuspisteen läpi. Doorinen symmetria näkyy havainnollisesti klaviatuurissa, jossa sävel d on symmetria-akseli:

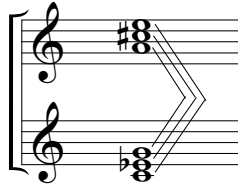


Moodijärjestelmä voidaan tuottaa pelkillä kantasävelillä ilman kromaattisia muunnoksia. Kun tämä järjestelmä transponoidaan kvinttiä ylemmäksi, on otettava käyttöön f:n kromaattinen korotus (fis), jotta intervallisuhteet pysyisivät ennallaan. Jos transponoidaan kvinttiä alemmaksi, on otettava käyttöön h:n alennus (b). Jos transponoidaan kaksi kvinttiä (=s2) ylemmäksi, on otettava käyttöön myös c:n korotus (cis). Jos transponoidaan kaksi kvinttiä alemmaksi, on otettava käyttöön myös e:n alennus (es):

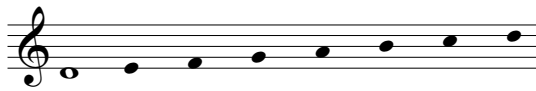
Aiolinen	Lokriinen	Jooninen	Doorinen	Fryginen	Lyydininen	Miksol.

Korotetut ja alennetut sävelet ovat toistensa symmetriasäveliä d-akseliin nähden. Samalla tavalla kromaattiset korotukset ja alennukset ovat toistensa symmetriasäveliä läpi nousevan ja laskevan kvinttisarjan. Tämä doorisen symmetrian säännönmukaisuus heijastuu duuri-molli-systeemiin, joka on moodisysteemin osa. Perinteisten hahmotusten duuri - rinnakkaismolli (samat etumerkinnät) ja duuri - muunnosmolli (sama toonika) lisäksi moodisysteemi tuottaa sävellajiparin duuri - symmetrinen molli (sama määrä eri merkkejä). Tätä havainnollistetaan seuraavalla esimerkillä, jossa on nouseva A-duuriasteikko ja sen doorinen peili:

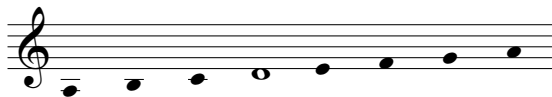
Tarkasti ottaen A-duurin (kolme korotusta) peili on G-fryyginen moodi, jossa on kolme alennusta, kuten C-mollilla. Itse asiassa G-fryyginen moodi on C-mollin plagaali muoto. A-duurin ja C-mollin symmetriasuhdetta voidaan perustella myös toonikakolmisointujen symmetrialla:



Moodi on autenttinen, kun sen ambitus ulottuu perussävelestä yläoktaaviin:



Moodi on plagaali, kun sen ambitus ulottuu perussävelen alakvartista yläkvinttiin:



VII Erilaisia asteikkoja

Antiikin kreikkalaisessa suuressa systeemissä oli kolme erilaista genreä: diatoninen, kromaattinen ja enharmoninen. Tetrakordien äärisävelet pysyivät kaikissa genreissä samoina, mutta tetrakordin sisällä sävelten viritys vaihteli. Boethiuksen esityksessä sävelten suhdeverkosto on sijoitettu kolmelle janalle ja jokaisella sävelellä on kirjainsymboli ja lukuarvo. Seuraavassa esimerkissä nuotit on sijoitettu viivastoille. Kun Boethiuksen lukuarvot muutetaan senteiksi, saadaan diatoniseen genreen seuraavat (pythagoralaiset) intervallit: $p_2 = 90$ c, $s_2 = 204$ c, $p_3 = 294$ c, $s_3 = 408$ c ja $4 = 498$ c. Kromaattisessa genressä alempi pieni sekunti on 90 c, ylempi 110 c ja ylinouseva sekunti on 298 c. Enharmonisessa genressä pieni sekunti on puolitettu, jolloin tuloksena on mikrointervalli ≈ 45 c. Kaksinkertaisesti ylinouseva sekunti on tässä genressä 408 c.

The image displays three musical staves representing different scales. The top staff, labeled 'Diatonicum', shows a sequence of notes with letters above them: A, B, C, E, H, I, M, O, X, Y, CC, DD, FF, HH, II. The middle staff, labeled 'Chromaticum', shows notes F, N, AA, BB, GG. The bottom staff, labeled 'Enarmonium', shows notes D, G, K, L, Z, AA, EE. Below the staves, several brackets group the notes into tetrachords with Latin labels: TETRACHORDUM GRAVIUM (A, B, C, E), TETRACHORDUM FINALIUM (E, H, I, M), TETRACHORDUM HYPATON (M, O, X, Y), TETRACHORDUM MESON (Y, CC, DD, FF), TETRACHORDUM SUPERIORUM (FF, HH, II, GG), TETRACHORDUM EXCELLENTIUM (GG, AA, BB, EE), and TETRACHORDUM DIEZEUGMENON (AA, BB, EE, GG).

Myös Ptolemaioksen ja Aristoksenoksen genrekuvaukset ovat säilyneet. Ne ovat saman kaltaiset, mutta Boethiuksen kuvausta hienojakoisemmat. Joissakin musiikkikulttuureissa mikrointervallit ovat edelleenkin käytössä.

1900-luvun taidemusiikissa alettiin käyttää ns. synteettisiä asteikkoja. Tunnetuimpia ja suosituimpia ovat olleet ne synteettiset asteikot, joissa on jaksottainen, usein symmetrinen intervallirakenne. Seuraavissa esimerkeissä on kokosävelasteikko, puoli-puolitoista-asteikko ja puoli-koko-asteikko:

The image shows three musical staves. The first staff shows a whole-tone scale: C, D, E, F#, G#, A. The second staff shows a half-whole scale: C, D, E, F, G, A, B, C. The third staff shows a half-whole-whole scale: C, D, E, F#, G, A, B, C.